

**14.** Naći jednačinu tangentne ravni elipsoida  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  koja na koordinatnim osama odsjeca jednake pozitivne odsječke.

**15.** Dokazati da tangentne ravni površi  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$  ( $a > 0$ ) odsjecaju od koordinatnih osa odsječke čiji je zbir jednak  $a$ .

**16.** Naći udaljenost ishodišta koordinatnog sistema od tangentne ravni (helikoida)  $y = x \operatorname{tg} \frac{z}{a}$  u tački  $(a; a; \frac{\pi a}{4})$ .

**17.** Napisati jednačinu tangentne ravni i normale na površ  $2^{\frac{x}{z}} + 2^{\frac{y}{z}} = 8$  u tački  $M(2; 2; 1)$ .

## 9 Obvojna površ

Obvojna površ (obvojnica ili anvelopa) familije površi u prostoru je površ koja u svakoj svojoj tački dodiruje bar jednu površ familije.

Ako familija površi  $f(x, y, z, a) = 0$  ima obvojnu površ, to ona sva leži na površi  $F(x, y, z) = 0$  koja se dobija eliminacijom parametra  $a$  iz jednačina

$$f(x, y, z, a) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial a} = 0.$$

Ako dvoparametarska površ  $f(x, y, z, a, b) = 0$  ima obvojnu površ to sve njene tačke zadovoljavaju jednačinu  $F(x, y, z) = 0$  koja se dobija elimineacijom parametra  $a$  i  $b$  iz jednačina

$$f(x, y, z, a, b) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial b} = 0$$

no tu jednačinu mogu zadovoljavati i druge tačke.

**18.** Naći obvojnu površ familije sferi

$$(x - a)^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0.$$

**19.** Naći obvojnu površ familije sferi

$$(x - pa)^2 + (y - qa)^2 + (z - ra)^2 = s^2 a^2.$$

gdje je  $a$  parametar.

**20.** Naći obvojnu površ ravni koje prolaze kroz tačku  $(\sqrt{2}; 0; 0)$  i od koordinatnog početka su na rastojanju 1.

**21.** Naći obvojnu površ familije elipsi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

pri uslovu  $a + b + c = 1$ .